

El número y lo sagrado en el arte

Segunda parte

Lic. María Cecilia Tomasini *

Introducción:

En la primera parte de este trabajo me he referido a civilizaciones incipientes de diferentes lugares del mundo. He señalado que la presencia del número en el monumento sagrado o en el objeto ritual obedece a una necesidad de emular y comprender el orden trascendente por medio del cual la divinidad separa *cosmos* de *caos*. En esta segunda parte intentaré esbozar de qué manera se vinculan el número y lo sagrado en el arte de Occidente. Al efectuar este tipo de análisis resulta casi imposible mantenerse al margen de temas tales como la marcha de las ciencias o del pensamiento filosófico o religioso. Prácticamente todas las áreas de la cultura occidental aparecen impregnadas de la herencia de la Antigua Grecia y, particularmente, de las ideas de la escuela pitagórica. Sin embargo, en este trabajo trataré de ceñirme lo más cercanamente que me sea posible a la esfera de lo estético.

He aclarado en la primera parte que lo sagrado no se limita exclusivamente a lo religioso¹. Lo sagrado puede entenderse como «*lo que es objeto de una garantía sobrenatural*»². Esta interpretación debe tenerse muy presente al explorar el pitagorismo y sus derivaciones. Para esta escuela el número es en sí algo sagrado, por las razones que expondré más adelante.

El trabajo se estructura como sigue. Inicialmente se aborda el tema de Pitágoras y su escuela. Este es un tema inagotable, pero me limitaré a aquellas ideas que interesan más de cerca a las artes de Occidente. A continuación me refiero a la música y su estructura matemática. Luego presento ciertos sistemas de proporción comúnmente empleados en la plástica y la arquitectura. En particular, me extenderé sobre el denominado ***Número de Oro***, ya que es uno de los que más ha condicionado nuestra estética. Y por último analizo algunos ejemplos extraídos de distintos momentos de la historia del arte, incluyendo también artistas contemporáneos y latinoamericanos.

* Lic. en Física, Universidad Nacional de La Plata. Estudiante de la Lic. en Arte, Universidad de Palermo.

1. Ver nota 2 de la primera parte, en la publicación N° 3.

2. Ref. 1. Ver también la interesante discusión acerca de la diferencia entre el Arte Sagrado y el Arte Religioso en *J. Hani*, Ref. 17, Introducción.

I Pitágoras y su escuela

Pitágoras vivió en el siglo VI a.C. Sus cuatro biógrafos³, coinciden en afirmar que viajó desde muy joven para asimilar antiguos conocimientos. Se cree que residió más de 20 años en Egipto, donde estudió matemática y geometría con los sacerdotes. También se dice que viajó por Persia, donde aprendió las enseñanzas de Zoroastro, de quien fue contemporáneo, y conoció posiblemente los misterios de las religiones orientales⁴. De regreso a Grecia fundó una escuela en Samos, y posteriormente emigró, por razones políticas, a Crotona, en el sur de Italia⁵.

La figura de Pitágoras está teñida de leyenda. La sociedad que fundó funcionaba como una secta religiosa, y era costumbre en tales sociedades venerar la figura del fundador considerándolo casi como a una divinidad. También existía, en estas escuelas, la tendencia a asignar todo descubrimiento a su líder⁶. Es muy difícil, por lo tanto, saber a ciencia cierta cuáles, de todos los descubrimientos que se atribuyen a la persona de Pitágoras, fueron realmente suyos.

Según Photius, Pitágoras fue el primero en llamar *cosmos* al Universo, pues está ornamentado con belleza infinita⁷. *Cosmos* significa **orden**. Pero significa también **ornamento, adorno**. Para el pitagorismo, entonces, «...*el mundo... está ornamentado con orden... (y)... esta es otra forma de decir que el universo está bellamente ordenado...*»⁸. Por lo tanto en la filosofía pitagórica el **número** se asocia tanto a lo **sagrado** como a la idea de **belleza**. Y esta triple vinculación resultará determinante para la estética europea durante los dos siguientes milenios.

El concepto de orden está íntimamente ligado al concepto de límite y su opuesto, lo ilimitado. Toda la cosmovisión pitagórica, que llegó a nosotros a través de sus comentaristas platónicos, se basa en la idea de **ordenar o limitar lo indefinido o ilimitado**. Ordenar el caos, dar forma a lo informe, o limitar lo ilimitado, son conceptos similares dentro del pitagorismo. Y en este marco, el número desempeña el papel fundamental, ya que es a través del poder limitador del número que lo informe adquiere forma. Platón y la escuela neoplatónica son los principales exponentes de este concepto.

Actualmente se considera el número como un signo que denota una cantidad. Es, ante todo, un elemento útil, vinculado a sus aplicaciones. Pero para la escuela pitagórica el número es una **entidad** cuya naturaleza debe ser descubierta. **El número es un**

3. Porfirio (232- después 300 d.C.): *Vida de Pitágoras*. Jámblico (c. 250- 325 a.C.): *Vida de Pitágoras*. Diógenes Laertius (siglo III d. C.): *Vida de Pitágoras, en Vida de Filósofos Ilustres*. Photius (820- 891): *Vida de Pitágoras*. En Ref. 2.

4. Según Porfirio, *V. P.*, el tirano Polícrates escribió al rey Amasis de Egipto pidiendo la iniciación de Pitágoras. En Egipto aprendió de los sacerdotes todas las ciencias. Este fue un favor concedido por excepción a Pitágoras. Porfirio asegura que también viajó por Fenicia y Caldea, pero estos hechos no están confirmados. Ref. 2.

5. Porfirio, *V. P.*, Jámblico, *V. P.*; Diógenes Laertius, *V. P. en Vida de Filósofos Ilustres*. En Ref. 2. Ver también Ref. 3, Tomo II, cap. I; Ref. 4, cap. IV.

6. Ref. 4.

7. Photius, *V. P.* En Ref. 2.

8. Basado en Photius, *V. P.* En Ref. 2, pág. 22. El resaltado es mío.

principio universal, a partir del cual se generan y ordenan todas las cosas⁹. Pero, dado que la ciencia pitagórica posee una dimensión sagrada, el número es entendido no sólo como principio universal, sino también como principio divino¹⁰. M. Ghyka denomina a esta característica de la escuela pitagórica como el *misticismo del número*¹¹. Cabe destacar que en la Antigüedad no existía una diferencia clara entre ciencia y religión. Por lo tanto, los descubrimientos matemáticos de la escuela pitagórica fueron considerados, en su mayor parte, como revelaciones de índole religiosa¹².

La importancia asignada al número por la escuela queda evidenciada en la célebre frase: «*Todo está dispuesto conforme al número*»¹³. Esta disposición de acuerdo al número rige el Universo y le otorga orden y belleza. Dicho de otro modo, el orden, la armonía y las simetrías del Universo se originan en el número. Para Nicómaco de Gerasa¹⁴ el número es el Arquetipo director de todo el Universo creado¹⁵: «...*Todo lo que la naturaleza ha dispuesto sistemáticamente en el Universo parece haber sido, tanto en sus partes como en el conjunto, determinado y puesto en orden de acuerdo con el Número, por la previsión y el pensamiento de Aquel que creó todas las cosas... (...)... de acuerdo con el Número... fueron creadas todas las cosas, y el Tiempo, el movimiento, los cielos, los astros y todos los ciclos de todas las cosas...*»¹⁶.

Según el *Timeo*, el alma del hombre fue creada con los mismos ingredientes que el Alma del Mundo: «...*el Demiurgo tomó de nuevo la crátera en que antes había compuesto en una mezcla el Alma del Universo, y vertió los residuos de esa mezcla anterior, combinándolos aproximadamente del mismo modo...*»¹⁷. Existe entonces una *correspondencia* entre el Alma Universal y el alma del hombre¹⁸. El alma del hombre refleja el ritmo del Alma del Mundo. El hombre es un *Microcosmo*, es decir, un compendio del Universo. Está constituido por los cuatro elementos¹⁹, y contiene todos los poderes de la naturaleza: el poder de crecer, de moverse y de reproducirse²⁰. Es, por lo tanto, *un orden universal en miniatura*.

Esta idea de correspondencia entre *Macrocosmo* y *Microcosmo*²¹, «...*inspiró y fecundó durante más de dos mil años la filosofía tanto profana como religiosa...*»²².

9. Theon de Smirna (siglo II d. C.), *Matemáticas útiles para entender a Platón*, 12. cf. Guthrie, K. S, Ref. 2.

10. Ref. 2, Introducción.

11. Ref. 3.

12. Ref. 4.

13. Fragmento del *Discurso Sagrado*, citado por Jamblico, *V. P.* cf Ref. 3. Tomo I, pág. 22.

14. Matemático y filósofo pitagórico de alrededor del año 100 d.C..

15. M. Ghyka citando a Nicómaco de Gerasa, en Ref. 3, Tomo I, pág. 22.

16. Nicómaco de Gerasa: «*Introducción a la Aritmética*». En Ref. 3, Tomo I, pág. 24.

17. Platón, *Timeo*, 41 d. Según la traducción de C. Eggers Lan, Ed Colihue, Bs. As.

18. Ref. 3, Tomo II, cap. I.

19. Aire, Tierra, Fuego y Agua.

20. Photius, *V. P.* En Ref. 2.

21. La idea de correspondencia entre *Macrocosmo* y *Microcosmo* es central en el *Timeo* de Platón, aunque no aparece expresada en estos términos.

22. Ref. 3, Tomo I, pág. 41.

Será fundamental en la Edad Media²³ y en el Renacimiento, influyendo también en las artes de Occidente²⁴. Muchas civilizaciones de la Antigüedad creyeron en esta correspondencia, y construyeron sus templos como analogías del Universo²⁵. Pero en la Antigua Grecia esta analogía entre el Universo y el templo de la divinidad se establece a través de las proporciones y armonías del cuerpo humano²⁶. Volveré sobre este punto más adelante.

El concepto de armonía es central en la filosofía pitagórica. Según Filolao de Tarento²⁷ «...la armonía es... el resultado de los contrarios; de ello es la unicidad de la multiplicidad, y el acuerdo entre los discordantes.»²⁸. La armonía es la manera de unificar lo diverso y concordar lo discordante. En la cosmología pitagórica y platónica, trasmisora del pitagorismo, la forma y la materia, el límite y lo indefinido, se conjugan mediante la armonía numérica²⁹. Los conceptos pitagóricos de razón, proporción y armonía son la base del *Timeo* de Platón. Son también la base de la *analogía* de Vitruvio, y son nociones fundamentales dentro de la estética medieval y renacentista.

II. La música³⁰

Obviamente, la idea de armonía es el cimiento sobre el cual se construye la escala musical. El problema de la teoría musical pitagórica radica en **llenar armónicamente el intervalo musical**. Esto implica relacionar los tonos de la escala musical de acuerdo a ciertas **proporciones matemáticas** perfectamente determinadas. De estas proporciones se derivan las **consonancias perfectas**.

La construcción de la escala musical tuvo, para los pitagóricos, un significado filosófico muy profundo, en relación con las propiedades del número. Los experimentos musicales de la escuela se realizaron con auxilio de un monocordio: una única cuerda con un puente móvil, que permite variar su longitud, y que se combina con una caja de resonancia para amplificar el sonido. La experiencia consistía en modificar la longitud de la cuerda y comparar los diferentes tonos obtenidos. Al dividir la cuerda en tercios, medios, cuartos, etc., aparecen los tonos de la escala musical. La cuerda representa un **continuo indefinido de flujo tonal**. Pero el **poder limitador del número** permite dividir la longitud en partes determinadas, y obtener únicamente los tonos de la escala³¹. Así, **por intermedio del poder limitador del número, es que de lo indefinido surge la forma**³².

23. Ref. 9, Parte I, Cap. II y Parte III, Cap. III. Ver también «*Macrocosmos y Microcosmos en las pinturas medievales*», en Ref. 10

24. Ver más adelante.

25. Ver la primera parte del trabajo.

26. Ref. 3, Tomo I, cap. II.

27. Filósofo pitagórico activo durante la segunda mitad del siglo V a.C.

28. Filolao, *Fragmentos*, 3. En Ref. 2.

29. Filolao, *Fragmentos*. En Ref. 2.

30. Para mayores detalles sobre esta sección, ver Ref. 2; Ref. 6; Ref. 7.

31. Basado en *Fragmentos* de Philolao, en Ref. 2, pág. 25.

32. Desde el punto de vista de la Física, lo que distingue el **ruído** de la **música** es justamente la regularidad en las vibraciones. Esta es otra manera de afirmar el poder limitador y ordenador del número, que tan bien percibieron los pitagóricos. Ver Ref. 6.

El problema de la relación tonal es un problema de proporciones. Las relaciones proporcionales que intervienen en la escala musical son de tres tipos³³:

1. Proporción aritmética:

es aquella que verifica

$$b - a = c - b$$

de donde la *media aritmética* es

$$b = \frac{a + c}{2}$$

2. Proporción armónica³⁴:

es aquella en la cual

$$b - a = a \frac{(c - b)}{c}$$

de modo que la *media armónica* se obtiene como

$$b = \frac{2a \times c}{a + c}$$

3. Proporción geométrica:

Se expresa como

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

siendo la *media* igual a

$$b = \sqrt{ac}$$

33. Archytas, *Fragmentos*, 16. Ver también Ref 2, Introducción.

34. En la primera parte del trabajo hemos llamado *proporción armónica* a la relación que se verifica entre la diagonal *d* del cuadrado y uno de sus lados *l*, es decir, *d=1,4142 l*. Este es el nombre dado en general, en los libros técnicos para artistas y diseñadores, a este tipo de proporción. Sin embargo existe una gran indefinición en torno al término «*armónico*». Estrictamente hablando, la *proporción armónica* es la que presentamos en esta segunda parte del trabajo. Es fácil verificar que esta proporción no coincide con la regla *d=1,4142 l*. La ambigüedad en torno a la definición de la proporción armónica puede dar lugar a confusiones, pero lamentablemente mucha de la literatura especializada en el tema emplea uno u otro tipo de proporción sin hacer aclaraciones al respecto.

Entre la tónica³⁵ y el cuarto tono de la escala se verifica una relación armónica (cuarta perfecta o *intervalo de cuarta*). Entre la tónica y el quinto tono la relación es de tipo aritmético (quinta perfecta o *intervalo de quinta*). La gama tonal comprende ocho tonos³⁶, y el último repite exactamente el tono de la tónica, pero más alto³⁷. El intervalo entre la tónica y su octava se llama justamente *octava*. Resulta fascinante el hecho de que entre la cuarta y la octava se verifica una relación aritmética, y entre la quinta y la octava, una relación armónica. Es decir que existe una *completa simetría* en cuanto a las relaciones proporcionales verificadas entre la tónica, la cuarta, la quinta y la octava. La *consonancia perfecta* es la combinación de intervalos de cuarta, quinta y octava, y constituye el verdadero fundamento arquitectónico sobre el cual se basa la escala musical³⁸. Con las relaciones presentadas es posible construir la escala tonal completa, ya que el resto de los tonos se obtienen combinando las relaciones armónica y aritmética. Efectivamente, la razón entre el segundo tono y el primero se obtiene dividiendo la proporción armónica entre la aritmética. La razón entre el tercer tono y el segundo se obtiene de idéntica manera. Esto nos da una relación de tipo geométrico. Siguiendo sucesivamente este procedimiento, es posible armar toda la escala tonal³⁹. En resumen, *la cuarta y la quinta se relacionan con los extremos mediante proporciones armónicas y aritméticas, mientras que el resto de la escala se llena mediante la proporción geométrica*.

Para los pitagóricos la *tetracto*, era un conjunto de cuatro números considerados sagrados: **1, 2, 3, y 4**. Entre los números de la tetracto era posible establecer ciertas relaciones que resultaban fundamentales para la filosofía de la escuela. Algunas de estas relaciones se refieren a la escala tonal. Efectivamente, el *intervalo de cuarta* o cuarta perfecta se expresa numéricamente⁴⁰ mediante la relación **3:4**; el *intervalo de quinta* o quinta perfecta, es **2:3**; y la *octava* es **1:2**. Esto significaba, para los pitagóricos, que *en la tetracto estaban contenidas todas las razones que subyacen a la armonía musical*. La consonancia perfecta era expresable por medio de relaciones sencillas entre números pequeños, todos ellos contenidos en la tetracto.

35. Tónica es el tono considerado como primero de la escala musical. Corrientemente se usa el DO, pero en rigor cualquier tono puede ser elegido como tónica. Las propiedades enumeradas en esta sección se verifican cualquiera sea el tono elegido como tónica. Es decir que a partir de cualquier tono puede construirse la escala musical que presenta las propiedades de armonía y simetría enunciadas aquí.

36. Esta gama de ocho tonos o *natural* fue modificada por J. S. Bach, quien falseó los intervalos de la gama natural para repartir el error uniformemente entre doce intervalos aproximadamente iguales. En la gama de Bach, o gama *templada*, la octava se divide en doce intervalos. La gama templada es la que actualmente se encuentra en uso. Es fácil visualizarla en el piano, pues está compuesta por siete teclas blancas y cinco negras. Ver Ref. 7.

37. El octavo tono repite la tónica al doble de su frecuencia.

38. Ref. 2; Ref. 7.

39. Por razones de simplicidad he omitido las irregularidades de la escala tonal. Sobre este tema, ver Ref. 2 y Ref. 7.

40. Estas relaciones se refieren a la longitud de la cuerda. Sus inversas son las correspondientes relaciones entre frecuencias.

De esta forma surge en la escuela pitagórica, en el siglo VI a.C., uno de los vínculos más importantes entre lo sagrado, el número, y el concepto occidental de la belleza. El número, principio divino, por su cualidad limitadora, es capaz de ordenar lo indefinido, y de este orden surge la escala tonal. Por medio de la proporción, lo diverso y lo discordante se transforman en consonancia perfecta. Y lo consonante resulta bello a los oídos. La escala tonal es el paradigma de la armonía, del orden surgido del caos por medio del número, y del poder embellecedor del mismo. Se retorna así a una de las ideas centrales del pitagorismo: *el orden como ornamento.*

La posibilidad de ordenar la infinita variedad del sonido en virtud del número, y de construir la escala musical sobre esta base, llevó a los pitagóricos a suponer que el número es una realidad que subyace a todo fenómeno de la naturaleza. Éste es el origen de la *teoría de la armonía de las esferas*. Así la llamaron los renacentistas inspirados posiblemente en el *Timeo* de Platón. Esta teoría fue reconocida como pitagórica por el propio Aristóteles en *De Coelo*⁴¹. Según esta teoría las distancias de los planetas a la esfera de las estrellas fijas serían equivalentes a los intervalos musicales de la escala tonal. Los objetos celestes, al moverse, emitirían sonidos, y como consecuencia de las distancias, estos sonidos serían de índole musical⁴².

Las ideas pitagóricas de belleza y armonía perseveraron en la estética musical de la Edad Media. Boecio⁴³, basándose en la armonía de las esferas y en la pitagórica relación entre macrocosmo y microcosmo, dividió la música en *mundana, humana e instrumental*. La música mundana es la armonía del mundo y de las esferas, es decir, la armonía del *macrocosmos*. La música humana es la armonía en el hombre o *microcosmos*. Por último, la música instrumental es la música que se materializa a través de la voz y los instrumentos⁴⁴.

Los conceptos pitagóricos enumerados arriba adquirieron una nueva significación a la luz del cristianismo. San Agustín⁴⁵ en *De Música* considera la *igualdad*, la *unidad* y el *orden* como principios cosmológicos- estéticos. Señala que los cielos están estructurados según estas leyes. Y éstas son, asimismo, las propiedades de la Trinidad. Dios, eterno e inmutable, es quien ha dado al hombre el número, también eterno e inmutable. Y éste es el ideal según el cual se juzgan las cosas sensibles. Los principios de igualdad, unidad y orden constituyen, por lo tanto, la condición fundamental de la belleza⁴⁶.

La asimilación de los principios musicales paganos por parte del cristianismo se encuentra ejemplificada en los Evangelios Ilustrados de la abadesa Uta de Ratisbona⁴⁷, del siglo XI, en los que la figura de *Cristo Cosmocrator* aparece rodeada de los nombres

41. *De Coelo* II, 9. cf. Ref. 4.

42. Platón en *República* hace mención por primera vez de esta teoría. Aristóteles en *De Coelo* (290 b y sigs.) hace una descripción y crítica de esta teoría. cf. Ref. 4, pág. 28 y ss.

43. Siglo VI d.C.

44. Boecio: *De Música*. cf. M. M. Davy, Ref. 9. También *Atlas Musical*, Tomo II, Ed. Alianza, Madrid, 1999.

45. Siglo IV d. C.

46. *De Música VI*; 29, 56s. cf. Ref. 8.

47. Evangelionario de Uta de Ratisbona. Munich, Bayerische Statsbibliothek, Clm 13601, «Crucifixión».

de las armonías musicales: *diapasón*, *diapente*, *dialeseron*⁴⁸, etc. F. Saxl presenta esta lámina como ejemplo de la perseverancia de las ideas de macrocosmo y microcosmo en la Edad Media, y dice al respecto: «...no es difícil explicar por qué aparece en este lugar una representación tan precisa de la teoría armónica medieval. Cristo gobierna las esferas, es señor del universo, el que domina la vida y la muerte, el redentor de la muerte...»⁴⁹.

El uso de la escala tonal pitagórica persistirá en Europa hasta el siglo XVIII. Luego será modificada por J. S. Bach, quien le introducirá también modificaciones de índole matemática, transformándola en la escala templada de uso vigente en la actualidad⁵⁰.

III. El número de oro, el pentagrama y el pentágono

El pentagrama o estrella de cinco puntas, y el pentágono regular, se encuentran geoméricamente vinculados entre sí, ya que es posible obtener recíprocamente uno a partir del otro. Se dice que el pentagrama era el *santo* y *seña* de la cofradía secreta de los pitagóricos⁵¹. Era el símbolo de la armonía viva, de la salud, y la representación del *hombre-microcosmo*⁵². Dice M. Ghyka que el pentagrama «...como emblema matemático de las correspondencias armónicas fue muy bien elegido pues se distingue entre todos los polígonos estrellados, suministrando un ritmo indefinidamente recurrente y continuo, basado en la proporción continua por excelencia... que es, además, característica de la morfología ... de los organismos vivos...»⁵³.

Tanto la péntada (el número cinco) como la década (el número diez) eran *sagrados* para el pitagorismo y sus continuadores platónicos. La década era considerada el número más perfecto, y el símbolo del universo⁵⁴. Según Nicómaco de Gerasa, el Dios ordenador se habría servido de la década como canon, y todas las concordancias del universo estarían basadas en ella⁵⁵. La péntada, según afirma M. Ghyka, era para los pitagóricos el símbolo de la belleza, el amor, la fecundación y el matrimonio⁵⁶.

El pentágono y el pentagrama son dos figuras cuyas relaciones de forma y medidas⁵⁷ están regidas por el número $\Phi = 1,618...$ Este número, corrientemente denominado *Número de Oro*, ya aparece, como hemos visto en la primera parte del trabajo, en las pirámides de Egipto. Por otro lado, tanto el *Número de Oro* como el pentágono son elementos rectores de la forma y el crecimiento de ciertos organismos vivos⁵⁸,

48. *Diapasón*: octava o 1:2. *Diapente*: intervalo de quinta o 2:3. *Dialeseron*: intervalo de cuarta o 3:4.

49. Ref. 10, pág. 62.

50. Ver nota 36.

51. Ref. 3, Tomo I, cap. II. Tomo II, cap. I.

52. *Ibíd.*, Tomo I, cap. II.

53. *Ibíd.*, Tomo I, pág. 42.

54. Filolao, *Fragments*, 18. En Ref. 2.

55. Nicómaco de Gerasa: *Introducción a la Aritmética*. cf. Ref. 3, cap. I.

56. Ref. 3, Tomo I, cap. I, pág. 38 y ss.

57. Ref. 3, Tomo I, cap. II. Ref. 11.

58. Ref. 3, Tomo I, cap. II. Ref. 12. Ref. 13.

desempeñando un papel fundamental en la naturaleza. Todas las figuras surgidas del pentágono se estructuran en función del número Φ . En particular el decágono regular, que puede obtenerse a partir del pentágono, y que divide el círculo en diez segmentos idénticos, presenta también relaciones de simetría basadas en el número Φ .

Ya hemos visto que la proporción es la igualdad entre dos razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

La más simple proporción se establece cuando $b = c$; en este caso

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$$

La última es una proporción de tres términos, que, por su simplicidad, fue sumamente valorada por los matemáticos griegos. Sin embargo, existe aún un caso más simple, que puede obtenerse con sólo dos números:

$$\frac{a + b}{b} = \frac{b}{d}$$

Puede demostrarse⁵⁹ que a partir de esta proporción se obtiene el número Φ . Ya hemos discutido la importancia estética de las proporciones en el pitagorismo. Dado que Φ procede de la más simple de estas operaciones, su valor estético resulta evidente. Su simbolismo sagrado ya ha sido señalado, de modo que nos encontramos nuevamente frente a la *triple vinculación entre el número, lo sagrado, y lo bello*, propiamente pitagórica.

La última ecuación es la partición matemática más simple y lógica. Posee tales propiedades matemáticas y estéticas que deslumbró a Fra Luca Paccioli, quien la llamó «*La Divina Proporción*»⁶⁰. A fines del siglo XV tanto Paccioli como Leonardo da Vinci se encontraban en Milán, al servicio del duque Ludovico Sforza. Ambos discutían sobre los *Elementos* de Euclides y el *Timeo* de Platón. De estas discusiones surgió el tratado en el cual Paccioli describe las propiedades de la proporción áurea, y de los cuerpos geométricos vinculados con ella. El tratado designa a la proporción matemática como *principio universal y objetivo de la belleza*⁶¹. En el capítulo V, Paccioli justifica el nombre de *Divina Proporción* en las *numerosas correspondencias y semejanzas que encuentra entre la proporción*

59. Ibídem.

60. *Proporción Aurea, Número de oro, Número F, Divina Proporción, o Media y Extrema Razón*, son diferentes denominaciones empleadas para la proporción que se trata en esta sección.

61. Ref. 14. Introducción por A. M. González.

*áurea y Dios*⁶². De esta manera, nos encontramos nuevamente con una *íntima asociación entre el número, lo sagrado, y la noción de belleza*. El tratado de Luca Paccioli ejerció enorme influencia en los artistas del Renacimiento, y es considerado como la *summa* de la concepción estética renacentista.

IV. La arquitectura de Occidente

La arquitectura de edificaciones sagradas, tanto del paganismo como del cristianismo, recurre siempre a la proporción como forma de alcanzar la belleza. Los conceptos pitagóricos a los que he hecho referencia al comienzo de este trabajo, resurgen ligados a la construcción del templo y de la catedral. Veremos en esta sección que los números que más frecuentemente aparecen en la arquitectura sagrada occidental son precisamente aquellos que alcanzaron un significado místico dentro de la escuela pitagórica, cuyos principios fueron transmitidos por sus sucesores platónicos.

La ideas fundamentales de *orden, proporción y armonía*, se encuentran expresamente indicadas en los *Diez Libros de Arquitectura* de Vitruvio⁶³: «...*La Arquitectura consta de Ordenación,... de Disposición,... de Euritmia, Simetría, Decoro y Distribución...*»⁶⁴ Y más adelante: «...*Simetría es la conveniente correspondencia entre los miembros de la obra, y la armonía de cada una de sus partes con el todo...*»⁶⁵. También: «...*La composición de lo Templos depende de la simetría,... y ésta nace de la proporción, que en Griego llaman analogía...*»⁶⁶. Etc., etc. Los *Diez Libros* de Vitruvio constituyen el primer tratado antiguo completo de arquitectura que ha llegado hasta nuestros días. Por su intermedio, los cánones estéticos de la Antigua Grecia se transmitieron a las siguientes generaciones. Los principios vitruvianos fueron particularmente venerados durante el Renacimiento. Sin embargo, veremos a continuación que este ideal estético, basado en el orden, la proporción y la armonía, aparece ligado a la construcción sagrada del cristianismo mucho antes del siglo XV.

M. Ghyka⁶⁷ ha presentado tres sistemas que intentan explicar las proporciones en la arquitectura mediterránea:

62. Las semejanzas encontradas entre la *Divina Proporción* y Dios por Paccioli son las siguientes: ella es una, de la misma manera que Dios es uno; la proporción se establece entre tres términos, del mismo modo que la Trinidad son tres personas; la proporción no puede definirse ni determinarse con un número inteligible, dado que es irracional, del mismo modo que Dios no puede definirse ni darse a entender a los hombres; la proporción es siempre la misma e invariable, de la misma forma en que lo es Dios; y, por último, así como Dios confiere el ser a las cosas, la Divina proporción confiere el ser formal a los cielos: el dodecaedro. Cabe recordar que, por entonces, circulaba la idea de un universo constituido por los cinco sólidos pitagóricos, siendo el dodecaedro el correspondiente a los cielos. El dodecaedro está formado por doce caras pentagonales, y ya hemos señalado que las proporciones del pentágono se rigen por el número Φ . Luca Paccioli, *La Divina Proporción*, Cap.V: «*Sobre el título del tratado*».

63. Siglo I a.C.

64. Vitruvio, Libro I, Cap. II.

65. *Ibidem*.

66. Vitruvio, Libro III, cap. I.

67. Ref. 3., cap. III. Ref. 13.

1. El sistema de J. Hambidge: se basa en el uso de rectángulos en los cuales la relación del lado mayor al menor es *incommensurable*. En estos rectángulos, llamados *dinámicos*⁶⁸, la razón del lado mayor al menor es algún número *irracional*:

$$\sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}; \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = \Phi; \text{ etc.}$$

Es sabido que los pitagóricos descubrieron la *incommensurabilidad de la diagonal del cuadrado*, siempre proporcional a $\sqrt{2}$, cuya expresión lógica es el *Teorema de Pitágoras*. Este hallazgo fue conservado, según la leyenda, en el mayor de los secretos⁶⁹. Se sabe también que la escuela pitagórica empleaba los números rectangulares para investigar las propiedades de los números irracionales⁷⁰. Por otro lado ya hemos señalado la estima que los pitagóricos sentían hacia el número Φ , gracias al cual era posible el trazado del pentagrama y el dodecaedro⁷¹. Por lo tanto, resulta muy lógico vincular el sistema de Hambidge con los conceptos pitagóricos. Efectivamente, Hambidge ideó este método de análisis luego de leer el *Teeteto* de Platón. Habiendo medido gran cantidad de monumentos y vasos de la Antigüedad mediterránea, llegó a la conclusión de que las proporciones predominantes eran las basadas en números irracionales. Observó, además, que en cada caso las superficies se relacionaban entre sí según un único número o módulo. Es decir que se verificaba un *encadenamiento de relaciones de proporción basadas en un módulo*. Ya hemos visto este encadenamiento en el caso de las pirámides de Egipto. Y hemos señalado que, según refieren los biógrafos de Pitágoras, éste y otros matemáticos habrían aprendido los secretos de la geometría de los sacerdotes egipcios. Es posible, entonces, que estas técnicas de construcción sagrada se hubieran transmitido a Europa por intermedio de los sabios griegos.

Las observaciones de Hambidge son coherentes con las recomendaciones que enumera Vitruvio en sus *Diez Libros*. En el *Libro I, capítulo II*, leemos: «...*La Ordenación es una apropiada comodidad de los miembros en particular del edificio y una relación de todas sus proporciones con la simetría. Regúlese por la Cantidad... y la Cantidad es una conveniente dimensión por módulos de todo el edificio y de cada uno de sus miembros...*»⁷². El *módulo* de Vitruvio es una cantidad que rige todas las partes del

68. Para los pitagóricos la generación *estática* se producía a partir de los números naturales (1, 2, 3, 4,...), mientras que la generación *dinámica* se relacionaba con los irracionales. Ver Ref. 5.

69. Jamblico, *V. P.* cf. Ref. 4.

70. Para los pitagóricos los números *rectangulares* eran los que surgían de multiplicar los números naturales $a \times b$, siendo $a \neq b$. La media geométrica de un número rectangular es un número *irracional*. Tomemos por ejemplo el caso $a = 2$, y $b = 3$, entonces el número rectangular resultante es $2 \times 3 = 6$. La media geométrica c entre dos números cualesquiera se obtiene de la expresión

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow c = \sqrt{ab}$$

En nuestro ejemplo la media es $\sqrt{6}$, que es, efectivamente, un número irracional.

71. Respecto de la irracionalidad e incommensurabilidad de Φ ver Ref. 3, Tomo I; y Ref. 13.

72. Ref. 15.

edificio⁷³. Es decir que el **módulo** determina la correspondencia de las partes entre sí y de las partes con el todo. Según el sistema de Hambidge este módulo sería algún número irracional, y este hecho vincularía muy estrechamente a Vitruvio con Platón y con el pitagorismo.

2. El sistema de F. M. Lund: incluye tanto a los templos griegos y egipcios como a las **catedrales góticas**. Tal como Hambidge, Lund se inspiró en Platón; pero en este caso, en el *Timeo*. En este libro Platón presenta al dodecaedro como símbolo del cosmos⁷⁴. Las caras del dodecaedro son pentagonales; por lo tanto, sus proporciones son áureas. Lund encuentra también escritos del siglo XIII, momento de auge del estilo gótico, en los cuales se elogia dicha proporción. Partiendo de estos hechos, Lund investiga la incidencia del pentágono, sus simetrías y el número Φ en catedrales góticas y otros monumentos. Idea un método basado en la inscripción del **pentágono** y el **pentagrama** dentro de círculos, y observa que estos trazados se adecúan tanto a plantas como a alzadas. Llega a la conclusión de que es posible reproducir las principales características de los edificios a partir de una sucesión de pentágonos decrecientes y concéntricos, inscriptos uno dentro de otro. La vinculación de sus trazados con las ideas pitagóricas es más que evidente.

3. El sistema de Moessel: Antes de presentar el método deseo poner de relieve que Moessel llega a sus resultados, asombrosamente coincidentes con los de Lund, de manera completamente independiente, y desconociendo por completo dichos hallazgos. Tal como el método de Lund, el de Moessel se aplica tanto a templos egipcios y grecorromanos como a catedrales góticas. Las hipótesis de Moessel son las más difundidas y aceptadas entre los historiadores del arte⁷⁵. Este arquitecto ha encontrado que el trazado de la planta de un templo obedece, inicialmente, a la orientación cardinal, tal como ocurre en la arquitectura sagrada de Egipto y de la India⁷⁶. Sobre esta orientación se inscribe, en segundo lugar, un **pentágono** o un **decágono regular**. Su sistema es, por lo tanto, compatible con el sistema ideado por Lund. Por otro lado en los trazados de Moessel se observan relaciones encadenadas basadas en el número Φ y sus potencias:

$$\Phi^2; \Phi^3; \dots; \Phi^{-1}; \Phi^{-2}; \Phi^{-3}; \text{etc.}$$

73. En la versión dirigida por Yago Barja de Quiroga el **módulo** se entiende como una cantidad arbitraria que rige todos los miembros del edificio. Ref. 15, nota 2 al Capítulo II del Libro I.

74. En rigor el **dodecaedro** no es mencionado en el *Timeo* (55 c): «...Hay todavía una quinta combinación, pero el dios la aplicó al universo para darle ornamento...». Sin embargo Plutarco en sus *Quaestiones Platonicas V.I*, sigiere que Timeo asigna al universo el dodecaedro regular, por corresponderse a los doce signos zodiacales. Ver nota 163 en la traducción de C. Eggers Lan, Ed. Colihue, Bs. As.

75. Ref. 16, Parte Segunda, cap. V. Ref. 17, cap. IV.

76. Ver la primera parte del trabajo.

Como ya hemos notado, estos encadenamientos se encuentran presentes en las pirámides de Giza. Los resultados de Moessel se corresponden tanto con la inconmensurabilidad e irracionalidad observada por Hambidge, como con el empleo de un módulo común recomendado por Vitruvio. En conclusión, muchos de los diagramas de Hambidge, Lund y Moessel son coherentes entre sí⁷⁷.

Las razones numéricas que aparecen en los trazados de Moessel son similares a las que surgen al proyectar sobre un plano los cinco sólidos pitagóricos⁷⁸. Estos sólidos desempeñaron un papel fundamental en las especulaciones cosmogónicas de la Antigüedad. En particular el número Φ es rector de las proporciones del dodecaedro, que, tal como he mencionado anteriormente, es el sólido relacionado con los cielos en dichas cosmogonías⁷⁹. Aplicar el número F al trazado del templo implica trasladar a él, simbólicamente, las dimensiones de los cielos. Por otra parte, ya hemos señalado que la *década* era un número sagrado para la escuela pitagórica. Se la consideraba como el número más perfecto, símbolo del universo y canon de la creación. Fundar el trazado de un templo en un *decágono*, es decir, en el número *diez*, parece ser una reafirmación de la voluntad de trasladar la medida del universo a la arquitectura sagrada.

Cabe destacar que también Vitruvio elogia el número diez; y justamente lo hace en su capítulo acerca de la composición y proporción de los Templos. Dice: «...Hicieron los antiguos número perfecto al diez, porque diez son los dedos de la mano... (...)... Constando, pues, ambas manos de diez dedos así divididos por la naturaleza, plugo a Platón llamar perfecto a este número...»⁸⁰.

Habiendo presentado los tres sistemas, M Ghyka llega a la siguiente conclusión: «...luego de haber meditado sobre estas tres teorías, a la luz de los textos matemáticos griegos que se ocupan de la proporción, y del texto de Vitruvio, me parece que cada uno contiene una parte del secreto de las sinfonías arquitectónicas egipcias, griegas y góticas, y aún diría que entre las tres contienen toda la Verdad y revelan todo el Secreto...»⁸¹.

La arquitectura de la Antigüedad vinculó estrechamente el número y lo sagrado, como lo demuestran los casos estudiados en la primera parte del trabajo. Pero esta vinculación no se limitó a las religiones paganas, sino que se extendió al templo cristiano. O. Von Simson habla del «*platonismo cristiano de Chartres*»⁸². En una de las portadas de la fachada de Chartres se halla representado el *quadrivium*, suma del saber medieval, constituido por las cuatro ciencias matemáticas: aritmética, astronomía, geometría y música. El *quadrivium* rodea a María, por ser considerada la Sede de la Sabiduría. Por otra parte, la geometría rectora de la fachada Occidental es tan evidente que deja de ser una simple herramienta de construcción, para transformarse en un «*principio*

77. Ref. 3, Tomo I, cap. III.

78. Tetraedro, cubo, octaedro, icosaedro, dodecaedro. Platón los presenta en el *Timeo*. Luca Paccioli los analiza en *La Divina Proporción*. Ver notas 62 y 74.

79. Ver notas 62 y 74.

80. Vitruvio, Libro III, cap. I. En Ref. 15.

81. Ref. 3, Tomo I, pág. 119.

82. Ref. 16, pág. 209.

ordenador»⁸³ que comunica a los fieles que ingresan en el sagrado recinto la gloria y perfección de los cielos y su Creador.

Durante el Renacimiento circuló una concepción armónica, específicamente *musical*, de la arquitectura⁸⁴. En los siglos XV y XVI las ideas pitagóricas alcanzaron gran difusión, a través del *Timeo* de Platón y de los comentaristas neoplatónicos. Allí se presentan los tres tipos de proporciones que estructuran la escala tonal. Los pensadores renacentistas consideraban que las relaciones matemáticas que determinaban la armonía del cosmos eran aquellas reveladas en el *Timeo*. Se pensaba asimismo que las proporciones de la arquitectura debían ser reflejo del orden superior del universo. Sus dimensiones debían obedecer, por lo tanto, a las armonías musicales, que contienen el orden cósmico.

En 1525 un monje franciscano, Francesco Giorgi, escribió un tratado sobre la armonía del universo, titulado «*De Harmonía Mundi totius*», en el que **combina la doctrina cristiana con el pensamiento pitagórico y neoplatónico**. En este tratado Giorgi sugiere edificar el *Templo- microcosmo* a semejanza del *universo- macrocosmo*, siguiendo las proporciones de la escala tonal pitagórica: *diapasón* (1:2), *diapente* (2:3), *diateseron* (3:4), etc. Según Giorgi, Dios había ordenado a Moisés la construcción del Tabernáculo siguiendo el modelo del mundo⁸⁵. Del mismo modo, Salomón había decidido aplicar las proporciones del Tabernáculo al Templo⁸⁶. Estos dos hechos de la Historia Sagrada constituían, para el monje, una prueba de la necesidad de aplicar las proporciones cósmicas a la edificación de las iglesias.

Las ideas de Giorgi eran compartidas por importantes arquitectos del Renacimiento. Alberti⁸⁷ suponía que las proporciones musicales, que agradaban al oído, debían asimismo agradar a la vista. El arquitecto debía valerse entonces de ellas para lograr la belleza y armonía en sus edificios. También Serlio⁸⁸ proponía dimensionar las habitaciones siguiendo las consonancias musicales. Pero quien utilizó con más frecuencia las proporciones de la escala tonal fue Palladio⁸⁹. Estas proporciones se verifican, por ejemplo, en el *Palazzo Chiericati* y en el *Palazzo Iseppo Porto* (1552). Según Ackerman «...que equivalentes numéricos de los términos de las armonías musicales, al aplicarlos a las relaciones espaciales de la arquitectura, diesen lugar a armonías visuales, era para Palladio y sus contemporáneos una prueba del *Disegno Universal*...»⁹⁰.

83. *Ibidem*, pág. 211.

84. Ref. 18, Parte IV. Ref. 20, cap. IV.

85. Exodo 26.

86. Libro de la Sabiduría 9,8.

87. León Battista Alberti, arquitecto italiano, 1406- 1472.

88. Sebastiano Serlio, arquitecto italiano, 1475- 1554.

89. Andrea Palladio, arquitecto italiano, 1508- 1580. Ver Ref. 21, cap. V.

90. Ref. 21, Cap. V, pág. 127.

También en España tuvo amplia difusión la teoría de las proporciones musicales en la arquitectura. A fines del siglo XVI el jesuita Juan Bautista Villalpando, en su libro «*In Ezechielem Explanationes*», realizó una original reconstrucción del Templo de Salomón. Considerando que éste debía reflejar las armonías perfectas del Universo, Villalpando llegó a la conclusión de que Dios había revelado a Salomón las armonías musicales platónicas y le había ordenado levantar el Templo siguiendo dichas proporciones⁹¹.

El paralelo establecido en el Renacimiento entre las armonías musicales y las armonías arquitectónicas fue una síntesis muy bien elaborada de algunos de los más importantes conceptos pitagóricos, tal como llegaron sintetizados a la Europa renacentista. Lo que es bello a los oídos lo es por sus proporciones, y estas mismas proporciones rigen la estructura del universo. El Templo ha de ser una analogía a menor escala del cosmos, y debe, por tanto, reproducir sus simetrías. Los arquitectos renacentistas, al igual que antes lo hicieron los egipcios y los hindúes, pretendieron reproducir el orden del cosmos, y lo hicieron siguiendo las ideas de proporción y armonía surgidas en la escuela pitagórica.

V. El misticismo de Mondrian y Torres García

La inclusión de estos dos artistas del siglo XX en un trabajo que parece referirse casi por entero a tiempos pasados, obedece al deseo de demostrar que el vínculo entre el número, la geometría y la idea de lo sagrado persiste hasta nuestros días.

Para Mondrian el arte tiene una misión que va más allá de lo puramente plástico: ayudar al hombre en su elevación moral. Este artista supone que existe un orden superior que trasciende al hombre. Para alcanzar este orden, el ser humano debe elevarse espiritualmente dejando de lado su individualidad. El camino que permite al hombre superar su propia existencia material y sensible, alcanzando los más altos ideales éticos, es el arte. La expresión individual en el arte no permite que aparezca la belleza pura. Por lo tanto el arte debe ser universal y trascendente, apartándose de lo particular. De esta manera, Mondrian propone una pintura basada en las formas puras y universales de la geometría y no en las formas particulares de las cosas. Busca la belleza en la simplicidad. Por esta razón trabaja con los tres colores primarios, indivisibles y esenciales. Recurre a la ortogonalidad como símbolo del orden absoluto, eterno e inmutable, rechazando el círculo, imagen de lo cíclico y de lo que está sujeto a un principio y un fin. Su rigor geométrico no obedece a un ejercicio mecánico o intelectual: es una concepción particular de la belleza. Su paradigma estético se apoya en la relación entre las formas⁹². Encontrar la belleza es encontrar dichas relaciones. Y estas relaciones son proporciones.

En sus pinturas alcanza la armonía, como unificación de lo diverso, por medio de las dimensiones. Estas no son repetitivas ni monótonas: son variadas, dinámicas, múltiples. Pero esta diversidad está regulada, tal como en las consonancias musicales, por medio

91. La reconstrucción teórica de Villalpando se basó exclusivamente en consideraciones místicas, y no tuvo fundamentación histórica ni arqueológica. R. Taylor en Ref. 19, Cap. IV. Ver también el interesante comentario de R. Wittkower, Ref. 18, pág. 159 y ss.

92. Ref. 22.

de la proporción. La construcción de sus obras descansa por entero en las proporciones irracionales, particularmente la $\sqrt{2}$ y el número Φ .

Sintetizando, en la obra de Mondrian la búsqueda de lo universal, de la perfección y de la armonía, por medio de la pureza de la geometría y del número, responde a un ideal ético- místico de la belleza.

En cuanto al uruguayo Torres García, también cree en la existencia de un orden coherente, que es manifestación de una realidad inmutable y trascendente. Esta realidad está más allá de lo sensible. La matemática es la expresión de lo absoluto y es la vía que nos permite aproximarnos a las estructuras universales y al orden trascendente. Pero es principalmente por medio del arte que el orden verdadero y trascendental puede ser revelado al hombre⁹³.

Las ideas estéticas de Torres García se vinculan muy de cerca con el pitagorismo y el platonismo. Para este artista los números son la esencia de las cosas. Tal como en la escuela pitagórica, recurre a la estructura geométrica como forma de evidenciar la naturaleza del número. Traslada sus ideas a la ejecución de sus obras, resolviéndolas por medio de estructuras reticulares, las cuales construye mediante líneas verticales y horizontales, y las cuales relaciona mediante la proporción⁹⁴. De entre las proporciones, prefiere la áurea.

Admira principalmente a aquellas culturas en las cuales el arte se asocia al ritual religioso. En particular se interesa por el arte africano y precolombino, y recurre a figuras y signos inspirados en estas culturas para acentuar el carácter espiritual de su propia obra. En resumen, ***Torres García Realiza una interesante síntesis de elementos diversos, conjugándolos en composiciones en las cuales el orden, la geometría y la proporción se enlazan con lo sagrado.***

Conclusiones:

Hasta donde sabemos, la concepción del orden como ornamento procede de la escuela pitagórica. El orden se impone por medio del número, principio universal y sagrado. Gracias al poder limitador del número surge la armonía como concordancia entre lo discordante. La proporción construye las armonías musicales, en las cuales se basa la escala tonal. La proporción rige también la construcción del templo sagrado de la Antigüedad Grecorromana. En la Edad Media, la proporción se encuentra, literalmente, en la base de las catedrales góticas. Durante el Renacimiento, la admiración por la Antigüedad Clásica y el resurgir del Neoplatonismo actualizan el misticismo numérico de la escuela pitagórica. Pero las influencias de esta escuela se extienden mucho más allá del Renacimiento. Artistas contemporáneos que persiguen ideales éticos recurren, a veces sin saberlo, a los mismos conceptos pitagóricos que vinculan lo sagrado y lo trascendente con la perfección de la matemática.

93. Ref. 23. Ref. 24. Ref. 25.

94. Ref. 25.

Me permito cerrar esta síntesis con una cita de R. Wittkower que expresa a la perfección lo que yo misma opino acerca de la relación entre arte y matemática: «...*La alianza entre el arte y las matemáticas se remonta... a las más antiguas civilizaciones... Si es cierto que la mayoría de las actividades intelectuales se relacionan con poner orden en el caos que nos rodea, entonces los dos procedimientos más radicales para lograrlo son seguramente los que representan la ciencia exacta (las matemáticas) y la intuición artística...*»⁹⁵.

Agradecimientos:

Deseo agradecer al Dpto. de Ciencias Exactas de la Universidad de Palermo, por la publicación de este trabajo. También deseo agradecer muy especialmente a la Lic. Graciela Ritacco de Gayoso y a la Lic. Marta Sánchez por la revisión de estas notas y por sus valiosas sugerencias.

Referencias:

1. **Abbagnano, N.:** «*Diccionario de Filosofía*». F. C. E., México, 1996.
2. **Guthrie, K. S.:** «*The pythagorean sourcebook and library*». Ed. Phanes Press, Muchigan, USA, 1987.
3. **Ghyka, M.:** «*El número de oro*». Ed. Poseidón, Barcelona, 1992.
4. **Guthrie, W. K. C.:** «*Historia de la filosofía griega*». Tomo I: «*Los primeros presocráticos y los pitagóricos*». Ed. Gredos, Madrid, 1991.
5. **Sassi, M.:** «*Tra Religione e Scienza. Il pensiero pitagórico*». En «*Storia della Calabria*», diretta da Gaetano Cíngari. Gangemi Editore, Roma, 1987.
6. **Jeans, J.:** «*Matemáticas de la Música*». En «*El Mundo de las matemáticas*», Tomo VI. Ed. Grijalbo, 1976.
7. **Sintes Oliva, F. F.:** «*Física General Aplicada*». Ed. Sopena, Barcelona, 1955.
8. **Svoboda, K.:** «*La estética de San Agustín y sus fuentes. Música. Número. Orden*». Ed. La hoja de la Síbila. Bs. As., 1985.
9. **Davy, M. M.:** «*Iniciación a la simbología románica*». Ed. Akal, Madrid, 1999.
10. **Saxl, F.:** «*La vida de las imágenes*». Ed. Alianza Forma, Madrid, 1989.

95. Ref. 18, pág. 208.

11. **Tosto, P.**: «*La composición áurea en las artes plásticas*», EDICIAL, 1998, Bs. As.
12. **Lawlor, R.**: «*Geometría sagrada*». Ed. Debate, Madrid, 1996.
13. **Ghyka, M.**: «*Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*». Ed. Poseidón, Bs. As., 1953.
14. **Paccioli, L.**: «*La Divina Proporción*». Ed. Akal. Madrid, 1991.
15. **Marco Vitruvio Polion**: «*Los Diez Libros de Arquitectura*». Fuentes de Arte. Dir. Yago Barja de Quiroga. Ed. Akal. Madrid, 1992.
16. **von Simson, O.**: «*La catedral gótica*». Ed. Alianza Forma, Madrid, 2000.
17. **Hani, J.**: «*El simbolismo del templo cristiano*». Sophia Perennis, Ed. Olañeta. Barcelona, 2000.
18. **Wittkower, R.**: «*Los Fundamentos de la Arquitectura en la Edad del Humanismo*». Alianza Forma, Madrid, 1995.
19. **Ramirez, J. A.; Taylor, R.; Corboz, A.; van Pelt, R. J.; Martínez Ripoll, A.**: «*Dios Arquitecto*». Ed. Siruela, Madrid, 1994.
20. **Pedoe, D.**: «*La geometría en el arte*». Ed. G. Gili, Barcelona, 1979.
21. **Ackerman, J.**: «*Palladio*». Xarait Ediciones, Madrid, 1980.
22. **Chipp, H. B.**: «*Teorías del arte contemporáneo*». Ed. Akal, Madrid, 1995.
23. **Torres García, J.**: «*Universalismo Constructivo*». Ed. Alianza, Madrid, 1990.
24. **Castillo, J.**: «*Joaquín Torres García*». XXII Bienal de San Pablo, 1994.
25. **Maslach, A.**: «*Del Esoterismo en el arte de Torres García*». En *Fletcher, V.*: «*Intercambios del Modernismo. Cuatro precursores latinoamericanos: Rivera, Torres García, Lam, Matta*». Hirshhorn Museum and Sculpture Garden, Smithsonian Institute, Washington D.C.