

# ***Didáctica de la matemática***

Patricia González \*

## ***Introducción***

En la actualidad se considera a la matemática como una de las disciplinas más básicas de la enseñanza tanto general como profesional. En muchos países los éxitos o fracasos en este área sirven como criterios de selección. Alcanza con mirar los métodos de ingreso a las distintas universidades en todo el mundo. Una prueba de matemática, tanto sea de conocimientos como de aptitud, acompaña a diferentes procesos de selección de candidatos. Por este motivo a cobrado fuerza una nueva disciplina denominada *Didáctica de la matemática*.

## ***Un poco de historia***

A partir de la década del 60, se empezaron a construir comunidades de investigación en el campo de la educación matemática y se crearon grupos de estudio. A partir de ese momento la comunidad internacional de investigadores en el campo de la didáctica de la matemática comienza a tener su propia identidad.

Entre los precursores de esta nueva disciplina se encuentran Guy Brousseau, Miguel de Guzmán y Gérard Vernaud que iniciaron sus investigaciones a partir de problemas teóricos iniciales diferentes sobre el desarrollo cognitivo del niño.

El movimiento de renovación de los '60 y '70 hacia la "matemática moderna" produjo una profunda transformación en la enseñanza. Con su introducción se pensó en conseguir rigor en la fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea. En los 70, se comenzó a observar que muchos de los cambios introducidos no habían sido acertados. El álgebra sustituyó a la geometría, con lo cual la matemática elemental rápidamente se vació de contenidos y de problemas interesantes. Otra de las consecuencias no deseadas del alejamiento de la geometría de los programas fue la falta de intuición espacial.

Aparentemente, la introducción de la matemática moderna provocó más inconvenientes que ventajas.

En los '70 y '80, se presentó la discusión sobre los valores y contralores de las tendencias actuales y luego la búsqueda de las formas adecuadas para enfrentar los nuevos retos de la enseñanza matemática por parte de la comunidad matemática internacional.

En los años '80, se reconoció una marcada exageración en la tendencias hacia la matemática moderna en lo que respecta al énfasis en la estructura abstracta de la matemática. Se vio que es necesario cuidar y cultivar la intuición, la manipulación operativa del espacio y de los símbolos.

---

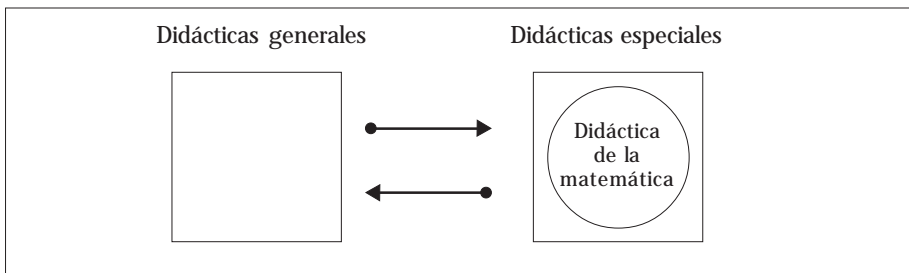
\* Lic. en Matemática (CAECE). MBA (UP). Secretaria Académica de la Facultad de Ciencia y Tecnología y Directora del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Palermo.

A partir de la reflexión de la validez de las acciones desarrolladas fueron surgiendo otra clase de actividades destinadas ya no a la producción de medios para actuar sobre la enseñanza, sino a la elaboración de conocimientos para controlar y crear dichas acciones sobre la misma.

En la actualidad se cuenta con gran cantidad de investigaciones en el campo de las escuelas inicial y media; y en menor medida en la educación superior.

### ***Didáctica***

Para ubicarnos debemos saber que “La Didáctica es una ciencia social que construye teorías de la enseñanza. El conocimiento didáctico tiene carácter explicativo y normativo. Las teorías didácticas están comprometidas con los valores que consideran deseables....las Didácticas especiales son, también afluentes de la Didáctica general, que es enriquecida conceptual y metodológicamente por ellas.” (Camillioni, Alicia. 1995)



### ***La resolución de problemas***

La actividad de resolución de problemas siempre ha estado en el corazón mismo de la elaboración de la matemática.

La matemática se ha construido como respuesta a los diversos problemas con los que se ha enfrentado la humanidad. Las preguntas han variado en sus orígenes y contextos: desde la necesidad de poder contar, hasta la teoría del caos.

La gran incógnita que se abre es en qué medida el origen del conocimiento matemático y las condiciones de su elaboración son de utilidad en el aprendizaje escolar de la matemática. Debemos ser cuidadosos con este análisis ya que las herramientas elaboradas en un determinado momento histórico, lo han sido en un contexto cultural y socioeconómico distinto del que viven nuestros alumnos. De cualquier forma queda como lección para tener en cuenta que son los problemas los que han dado origen y sentido a la matemática producida. (Charnay, R. 1998)

La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento y de aprendizaje.

Se considera que las ventajas de este tipo de enseñanza son los siguientes:

1. El alumno adquiere capacidad autónoma para resolver sus propios problemas.
2. Los conocimientos en un momento de grandes cambios científicos y tecnológicos se hacen obsoletos, pero los procesos efectivos de adaptación a los cambios de la ciencia y de la cultura no.
3. Los hábitos que se consolidan de este modo tienen un valor que trasciende la matemática para hacerse universal.
4. Esta metodología se puede aplicar a todas las edades.
5. Es un trabajo ingenioso, creativo, deja en el alumno sensación de autorrealización.

### **Modelos de aprendizaje**

Previamente a describir algunos modelos de aprendizaje es conveniente conocer el concepto de *contrato didáctico*. Brousseau lo define como el conjunto de comportamientos del maestro que son esperados por el alumno, y de comportamientos del alumno que son esperados por el maestro. Estos comportamientos regulan el funcionamiento de la clase, definiendo así los roles de cada uno y distribuyendo las tareas. Este contrato posee componentes explícitos e implícitos.

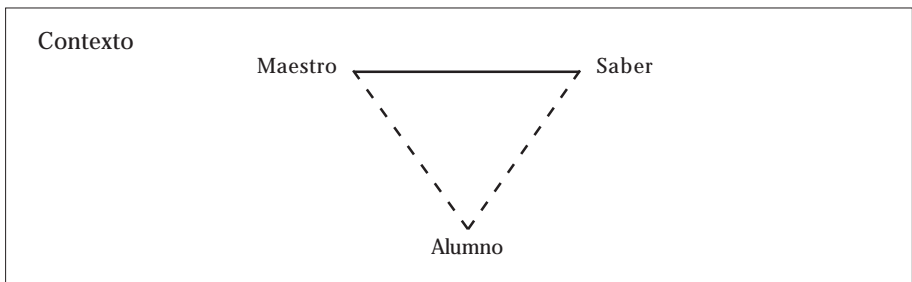
Las relaciones de enseñanza se pueden observar a través de las interrelaciones entre el maestro, el alumno y el saber, sin dejar de analizar el contexto. No se puede dejar de conocer cual es el lugar que ocupa el saber dentro de la institución educativa para el profesor y para los alumnos.

Es importante destacar que ningún docente utiliza sólo un modelo, en realidad utiliza elementos de cada uno de ellos, pero que consciente o no privilegia a alguno en particular.

#### 1. Modelo centrado en el contenido

Este modelo se conoce también con el nombre de *normativo*. En este caso la pedagogía es el arte de comunicar un saber. Podemos pensar como submodelos a los dogmáticos.

El maestro introduce los conceptos y provee los ejemplos, mientras tanto el alumno escucha, aprende, ejercita y finalmente aplica. El saber ya está construido.



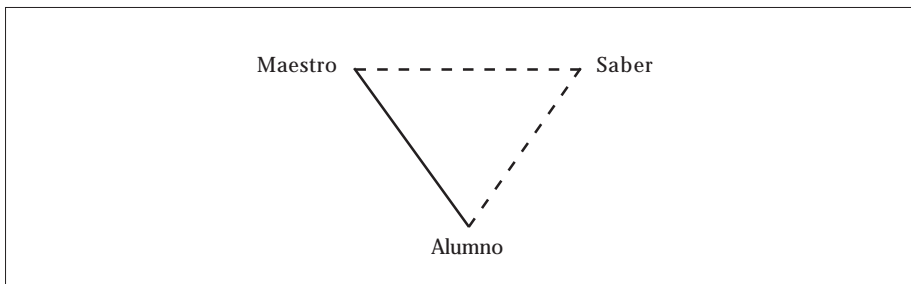
En este modelo el problema es tomado como criterio de aprendizaje, es por esto que se estudian diferentes tipos de problemas. Cuando al alumno se le da un problema, él busca si ya ha trabajado con otro del mismo tipo.

En este modelo subyace la idea de que es necesario partir de lo más fácil a lo más difícil y que todo aprendizaje debe ir de lo concreto a lo abstracto.

## 2. Modelo centrado en el alumno

Este modelo es llamado *iniciativo*, la estructura propia del saber pasa a un plano secundario, el saber esta relacionado a las necesidades de la vida del alumno. Dentro de este modelo se encuentran los “métodos activos”.

En un principio se pregunta al alumno sobre sus propios intereses y/o necesidades, mientras el maestro lo escucha le despierta la curiosidad, lo ayuda a usar fuentes de información, lo remite a herramientas de aprendizaje, responde a sus requerimientos y busca mejorar la motivación. Finalmente el alumno recolecta información, la organiza, estudia y aprende.

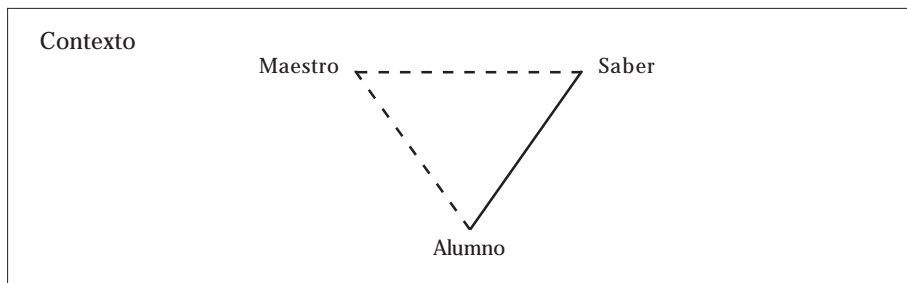


En este modelo se utiliza al problema como motor del aprendizaje. Se deja al alumno el papel de ávido demandante de conocimientos. En realidad las situaciones naturales son demasiado complejas para que él pueda construir por sí mismo las herramientas necesarias, además estas herramientas suelen depender demasiado de lo ocasional del problema.

## 3. Modelo centrado en la construcción del saber por el alumno.

Este modelo, conocido también como *aproximativo*, parte de concepciones que el alumno ya posee y las pone a prueba para mejorarlas o bien para construir otras nuevas.

En este caso el maestro propone y organiza una serie de situaciones con diversos obstáculos, como así también las fases de investigación, formulación, validación e institucionalización. También es el responsable de la comunicación de la clase. El alumno en tanto ensaya, propone y compara sus soluciones con las de sus compañeros. Al saber se lo toma con su lógica propia.



Para este modelo el problema es un recurso de aprendizaje. La resolución de problemas interviene desde el comienzo del aprendizaje. El docente elige una serie de problemas y el alumno construye su saber resolviéndolos en interacción con sus compañeros.

### ***La selección de los problemas***

Hay que aclarar que el término problema no se ciñe a enunciado/pregunta, es más bien una terna situación-alumno-entorno. Sólo estamos ante un problema si existe un obstáculo a superar. Un problema que se presenta como tal para un alumno puede ser resuelto inmediatamente por otro, para este último no es un problema.

También debemos tener en cuenta a la hora de formular un problema que este debe ser resuelto por todos los alumnos utilizando sus conocimientos previos, pero ofreciéndole suficiente resistencia. Según las investigaciones de Piaget los conocimientos pasan de estados de equilibrio a estados de desequilibrio para volver a equilibrarse cuando son reorganizados por el aprendiz.

Los objetivos de la actividad de resolución de problemas pueden ser diferentes.

- *Objetivos de orden metodológico.* En este caso se busca que el alumno aprenda a resolver problemas, a investigar. El objetivo está estrechamente relacionado con la actividad que se desarrolla.
- *Objetivos de orden cognitivo.* A través de la resolución de problemas se intenta llegar a un conocimiento. No es lo mismo un problema para introducir un tema que uno para fijarlo.

### ***Ingeniería didáctica***

La didáctica de la matemática utiliza formas de investigación diferentes a las corrientes que vienen del área de la psicología. Señala Brousseau que un momento fundamental de la investigación en Didáctica lo constituye el análisis a priori de la situación.

La investigación que se ha llevado a cabo con profesionales que llegaron a la experimentación educativa con una formación previa en psicología diseñan situaciones didácticas, las someten a prueba en una o más aulas y después estudian el

comportamiento de los alumnos, dentro de esa situación experimental. En la mayoría de los casos se comparan los resultados con otro grupo en el que no se trabajó con estas situaciones didácticas. Con todos estos datos se sacan conclusiones sobre la metodología nueva, no se intenta explicar los comportamientos teniendo en cuenta las características particulares de la situación en la que se produjeron. Omiten estudiar si variando algunas condiciones de la situación volverían a repetirse idénticos comportamientos.

En contraposición un investigador en Didáctica de la Matemática tiene que ser capaz de prever los efectos antes de poner a prueba frente al alumno la situación que ha elaborado. Recién después puede contrastar lo que supuso con los comportamientos observados.

Brousseau modeliza las situaciones didácticas. Para hacerlo utiliza elementos de las teorías de juegos y de la información. Para cada situación didáctica se identifica un estado inicial y todos los estados posibles, incluido el estado final que corresponde a la solución del problema. Las reglas con las que se pasa de un estado a otro deben ser explicitadas. Se describe la situación en términos de las decisiones que los alumnos tomaran para llegar al estado final.

Brousseau clasifica a las situaciones didácticas en cuatro tipos:

1. Situaciones de acción: En esta situación se genera un interacción entre los alumnos y el medio físico. Para organizar su actividad de resolución del problema los alumnos deben tomar las decisiones necesarias.
2. Situación de formulación: El objetivo es que los alumnos se comuniquen entre ellos las informaciones. Deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.
3. Situación de validación: Los alumnos deben convencer a sus interlocutores de la validez de sus afirmaciones, para tal fin deben elaborar pruebas. Deben demostrar lo que afirman, no es suficiente la comprobación empírica de ello.
4. Situación de institucionalización: Es aquella destinada a establecer convenciones sociales. El saber ha sido elaborado por el grupo de alumnos en situaciones de acción, de formulación y de validación y ha llegado el momento de que asuman la significación socialmente establecida de ese saber.

Una parte fundamental del análisis de una situación didáctica es la identificación de las variables didácticas y el estudio teórico/empírico de sus consecuencias. Se pretende precisar las condiciones de las cuales depende que sea ese el conocimiento que interviene y no otro. El maestro puede lograr que los comportamientos de los alumnos evolucionen manipulando las denominadas variables de comando. La identificación de esta variables es de vital importancia para la situación didáctica. Artigue destaca el rol de la manipulación de variables en didáctica en relación con el estudio del desarrollo psicogenético del alumno. Él afirma que más importante que intentar precisar en sus mínimos detalles las etapas del desarrollo psicogenético es determinar cómo la utilización

de variables de comando puede provocar en la clase modificaciones de estrategia, cómo se podría controlar dentro de un proceso, por la manipulación de estos comandos, una génesis escolar del concepto.

Se arma una familia de situaciones didácticas, relacionadas al conocimiento que se pretende enseñar, bajo la hipótesis de que cada situación hará funcionar dicho conocimiento con una modalidad distinta. Entre todas las situaciones existe una que es capaz de engendrar a todas las demás. A esta situación se la conoce como fundamental.

Concluyendo podríamos afirmar que “la finalidad de la didáctica de las matemáticas es el conocimiento de los fenómenos y procesos relativos a la enseñanza de las matemáticas para controlarlos y, a través de este control, optimizar el aprendizaje de los alumnos. No se plantea, de ninguna manera, promover a priori un cierto tipo de pedagogía, por razones ideológicas, sin el aval de los resultados experimentales correspondientes. Sin embargo, las situaciones didácticas diseñadas y sometidas a experimentación obedecen a ciertas características en función de los presupuestos epistemológicos subyacentes a su producción.

En efecto, se considera que todo conocimiento es una respuesta, una adaptación que la humanidad ha logrado ante situaciones que ha enfrentado o ante problemas que se ha planteado.” (Gálvez, Grecia. 1998)

## **Referencias**

- Brousseau, Guy. (19??). Los diferentes roles del maestro. En: *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. México: Paidós.
- Camillioni, Alicia. (1995). Reflexiones para la construcción de una Didáctica para la Educación Superior. En: *Primeras Jornadas Trasandinas sobre Planeamiento, Gestión y Evaluación Universitaria*. Universidad Católica de Valparaíso.
- Charnay, Roland. (1998). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En: *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. México: Paidós.
- Douady, Régine (1996). Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de College-seconde. En: *La enseñanza de las matemáticas. Puntos de referencia entre los saberes* Topiques. IREM.
- *Enseñanza de las ciencias* (1990). Barcelona. Volumen 8.
- *Enseñanza de las ciencias* (1991). Barcelona. Volumen 9.
- Galvez, Grecia. (1998). La didáctica de las matemáticas. En: *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. México: Paidós.
- Guzmán, Miguel de. (1992). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Buenos Aires. Olimpíada matemática Argentina.

